



La progettazione meccanica nell'era 4.0

Metodologie d'indagine di risposta modale

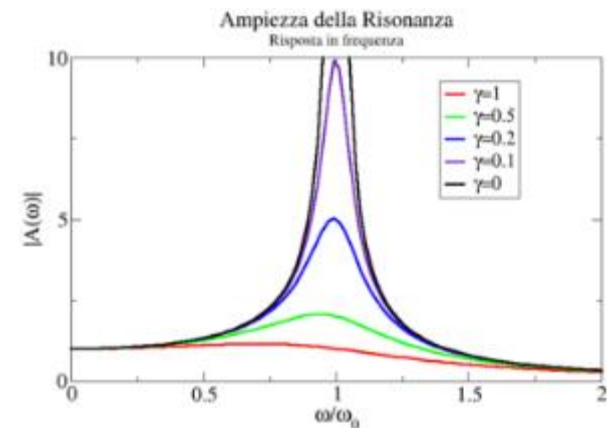
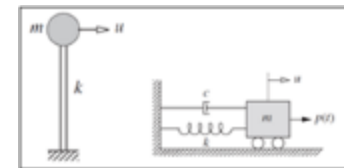
Ing. Vincenzo Di Pietro
Specialista Prove Meccaniche
Ordine degli Ingegneri della Provincia di Roma

Roma, data

Cos'è l'analisi modale

L'**analisi modale** è una tecnica per lo studio e la caratterizzazione dei sistemi dinamici volta alla determinazione dei parametri dinamici del sistema (costanti modali), ossia:

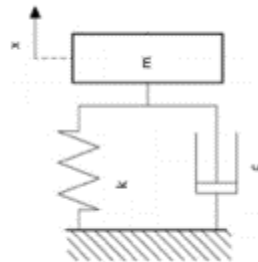
- Le frequenze naturali (proprie)
- Il fattore di smorzamento ad esse associato
- I modi di vibrare (moti liberi) associati a ciascuna frequenza propria





Richiami di dinamica strutturale - SDOF

Dinamica di un sistema ad un solo grado di libertà (SDOF – Single Degree Of Freedom):



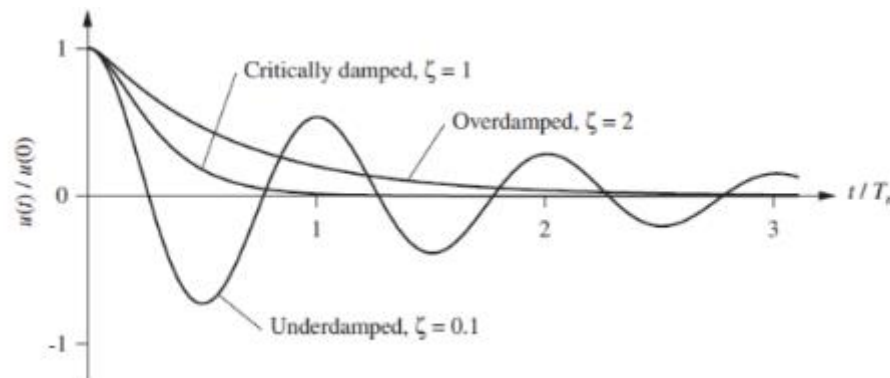
$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

Frequenza naturale

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Fattore di smorzamento

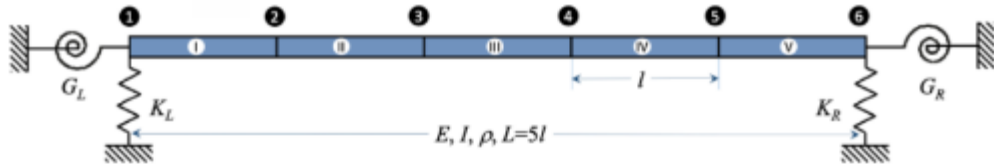
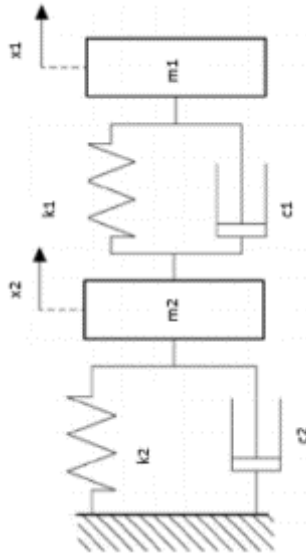
$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$





Richiami di dinamica strutturale – MDOF (1/2)

Dinamica di un sistema a più gradi di libertà (MDOF – Multi Degrees Of Freedom):



$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

Le autosoluzioni del problema si trovano risolvendo il problema in assenza di smorzamento. Ci si riconduce così ad un sistema agli autovalori.

$$|\mathbf{K} - \omega\mathbf{M}| = 0$$



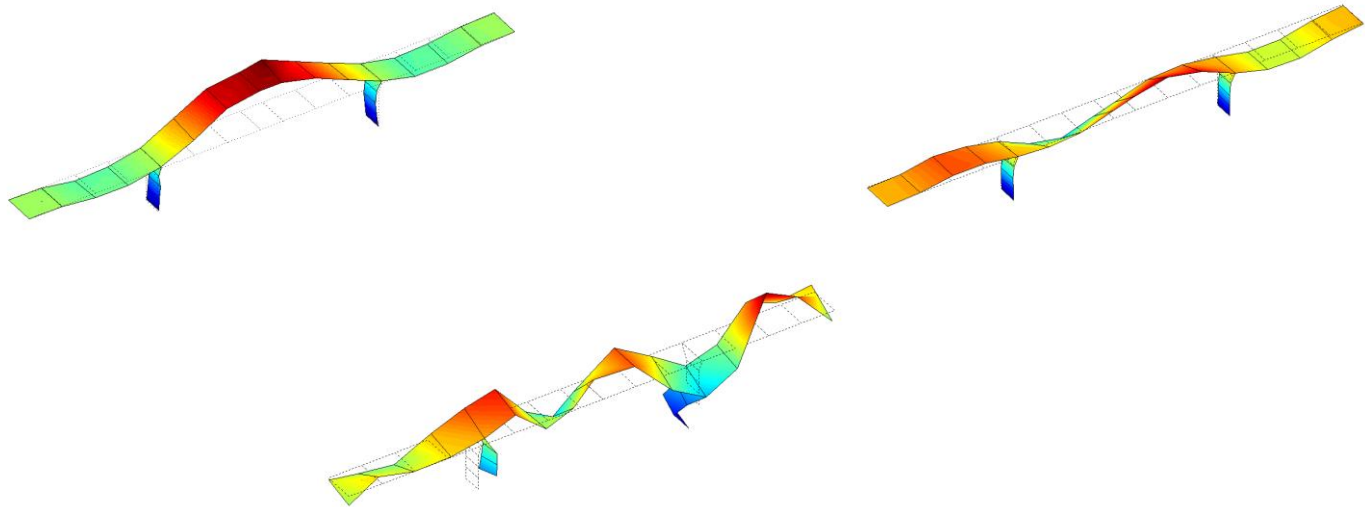
Richiami di dinamica strutturale – MDOF (2/2)

Dinamica di un sistema a più gradi di libertà (MDOF – Multi Degrees Of Freedom):

$$\mathbf{X}_n = \mathbf{\Phi}_n e^{j\omega_n t}$$

ω_n Autovalori – Frequenze proprie

$\mathbf{\Phi}_n$ Autovettori – Modi di vibrare



Tipologie di analisi modale

Possiamo identificare due tipologie di analisi modale:

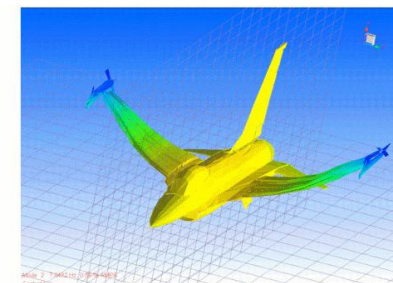
- Analisi modale sperimentale (EMA)
- Analisi modale operativa (OMA)

Analisi modale sperimentale (EMA)

Questo classico metodo di valutazione della risposta del sistema viene praticato in molteplici settori e domini applicativi sia come strumento di progettazione che di indagine e convalida. Si tratta di una misurazione a circuito chiuso, il che significa che sia le forze di ingresso che le vibrazioni di risposta sono note attraverso dedicate sessioni di test e setup di prova.



Start: Physical Test



Results: Modes



Analisi modale operativa (EMA)

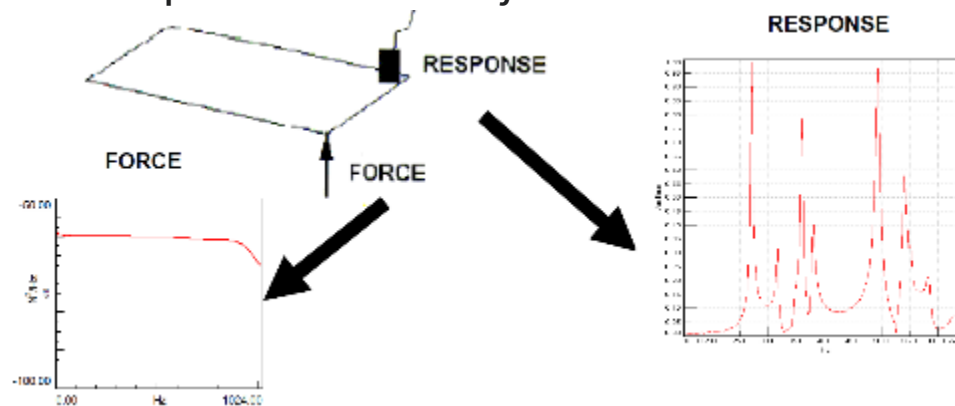
Esistono molti casi in cui non è praticamente possibile prendere in considerazione un tipico test modale (grandi strutture civili come ponti, torri, gru etc.). Estendendo i concetti di base dell'EMA, sono stati sviluppati metodi di analisi modale operativa (OMA) in cui senza quantificare le forze in ingresso si determinano forme modali, smorzamenti e frequenze naturali dalle misurazioni delle vibrazioni operative durante le fasi di esercizio.

Analisi modale sperimentale – FRF (1/3)

Sperimentalmente per determinare i parametri modali si passa attraverso la misura delle Frequency Response Function (FRF). Per calcolare le FRF si applica un input (una forza) in un punto e si misura la risposta in tutti i punti di misura. Si tratta in definitiva di calcolare le trasformate di Fourier dei segnali di ingresso e di uscita ed ottenere le FRF come rapporto di queste due funzioni. Per sistemi a più ingressi e più uscite si avrà:

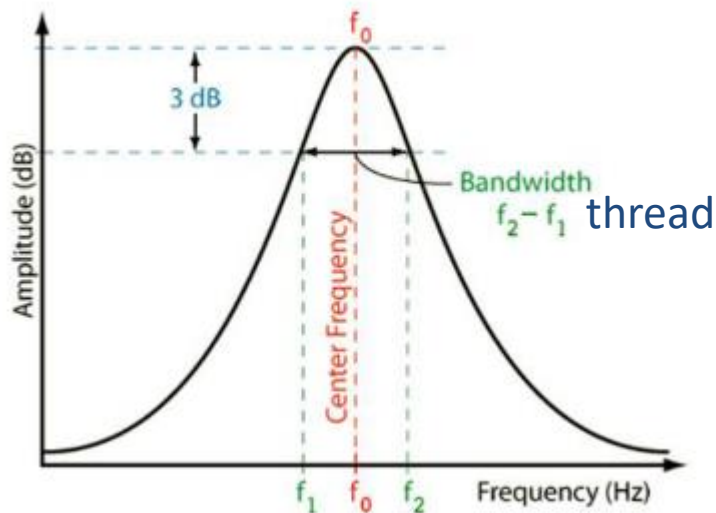
$$H_{ij}(\omega) = \frac{\tilde{x}_i(\omega)}{\tilde{f}_j(\omega)}$$

Dove $\tilde{x}_i(\omega)$ è la trasformata di Fourier della risposta nel punto di misura *i*-*imo*, e in cui il vettore trasformata di Fourier dell'ingresso $\tilde{f}_i(\omega)$ (*i* = 1; 2; ...; *n*) è non nullo nel solo punto di misura *j*-*imo*



Analisi modale sperimentale – FRF (2/3)

Dalle FRF si possono ricavare i parametri modali, infatti da ogni picco si può ricavare facilmente la **frequenza propria** (f_0) e lo **smorzamento** (ζ):

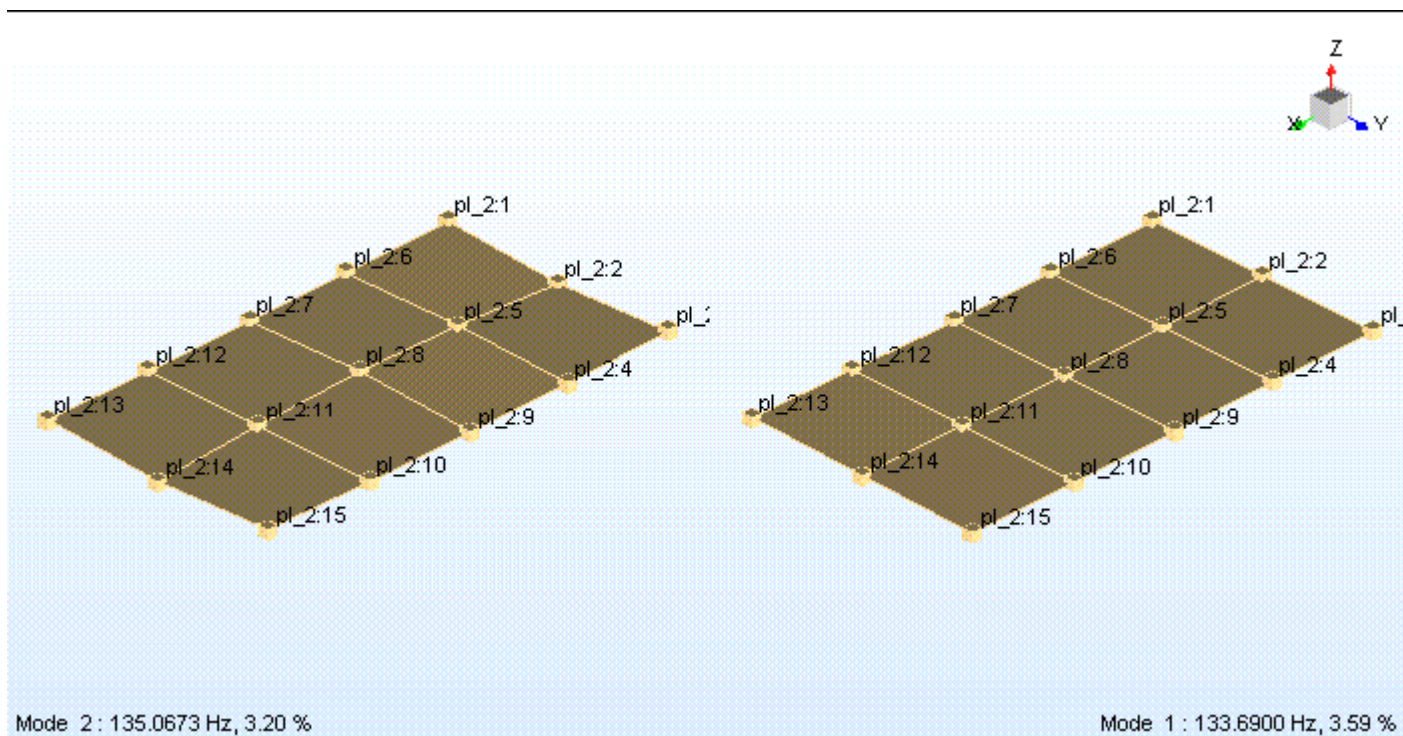


$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1}$$

$$Q = \frac{1}{2\zeta}$$

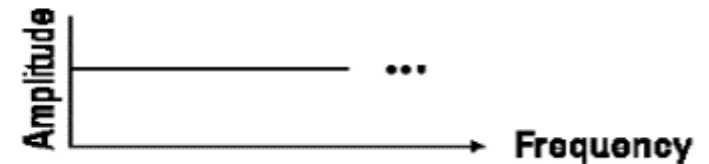
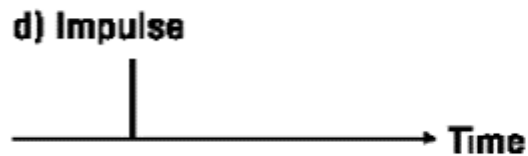
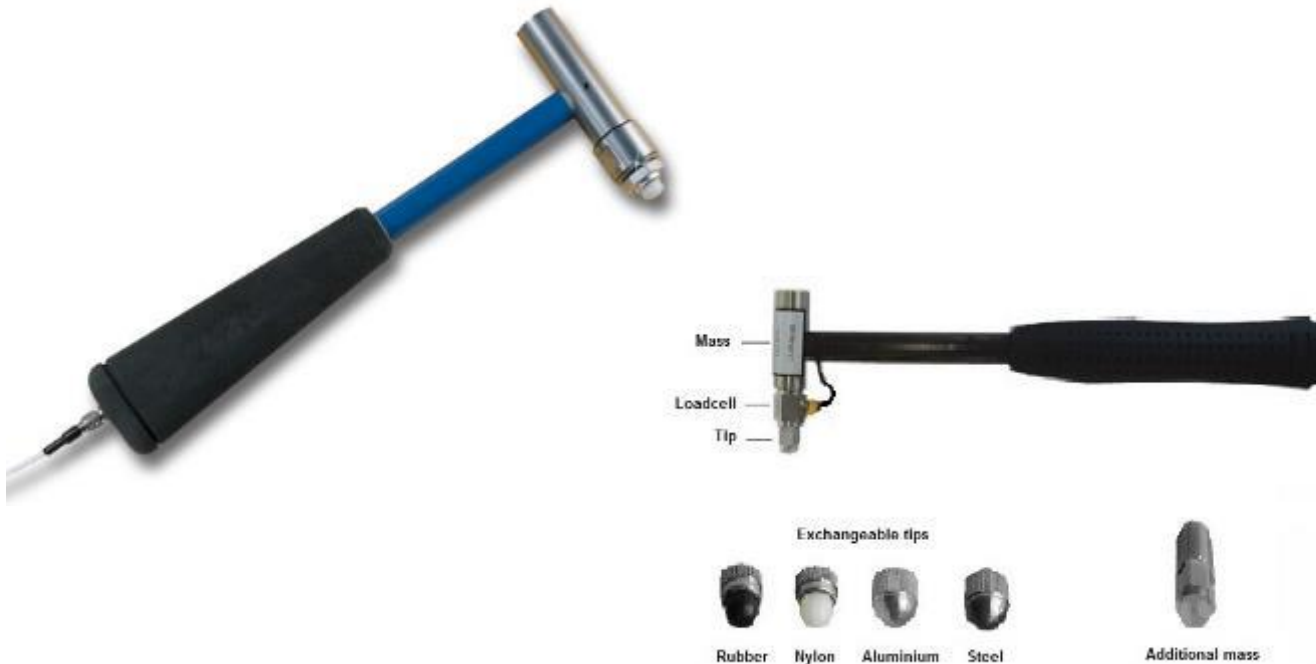
Analisi modale sperimentale – FRF (3/3)

Dalle FRF (complesse) si possono ricavare Ampiezza e Fase degli spostamenti di ogni punto di misura e da quest'ultime ricavare i modi di vibrazione:



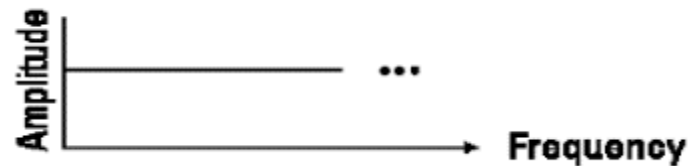
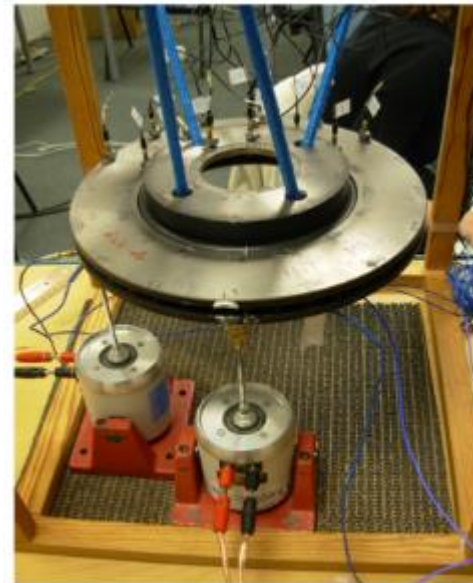
Tipi di forzanti – Forzante impulsiva (Hammer)

Uno dei metodi più utilizzati per generare la forzante è quello del martello strumentato. Si tratta di un martello su cui è installato un sensore di forza.

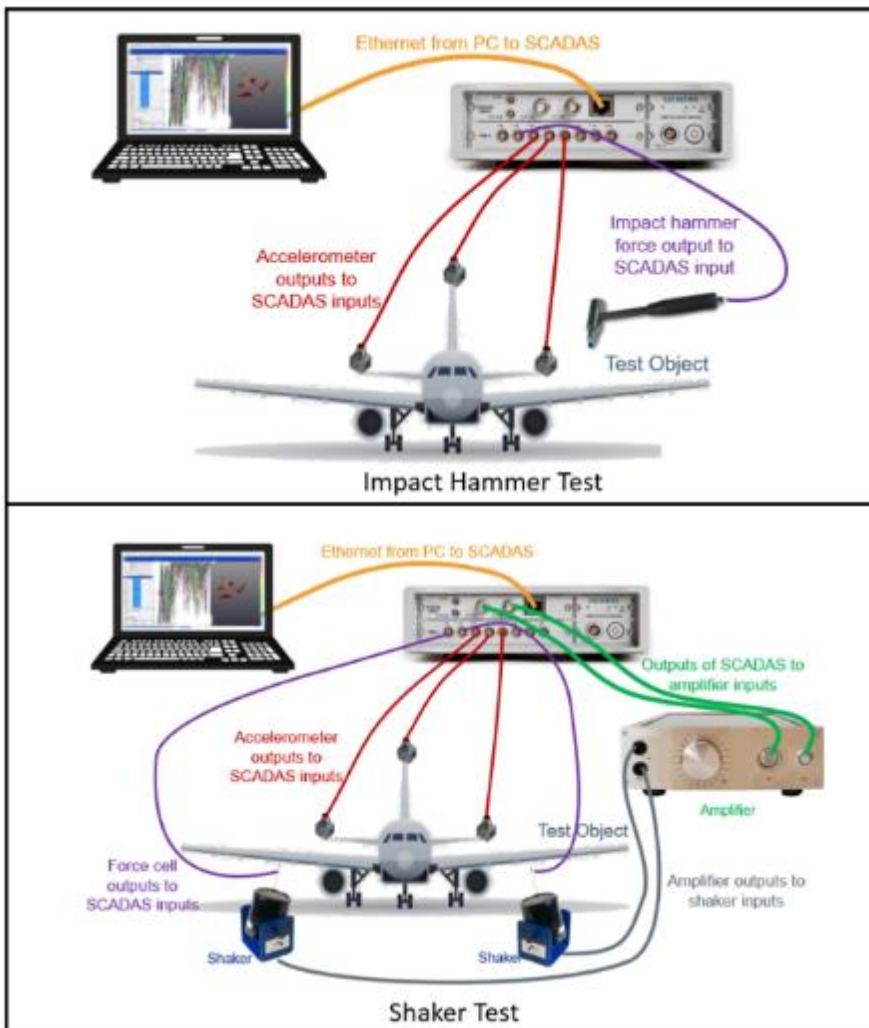


Tipi di forzanti – Forzante Sinusoidale (Shaker)

In alternativa la forzante può essere generata attraverso uno shaker elettrodinamico. La sollecitazione è di solito una «Swept Sine» ossia una sollecitazione sinusoidale con una spazzata in frequenza. L'ampiezza viene usualmente mantenuta costante sull'intero range di frequenza.



Tipi di forzanti – Confronto



Non modifica le condizioni al contorno

Facilità di uso e riconfigurazione

Breve durata del test

Non adatto a strutture grandi



Adatto a grandi strutture

Possibilità d'uso simultaneo

Durata test più lunga

Modifica le condizioni al contorno

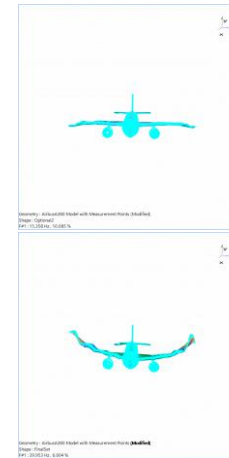


Condizioni al contorno

Le condizioni di vincolo in cui viene misurato l'oggetto del test sono dettate dall'obiettivo del test. Si possono distinguere due casi

Condizioni Free-Free

È utile per strutture intere che per loro natura si trovano ad operare in condizioni free-free (e.g. Aerei, Satelliti, etc.). Si usa anche per l'analisi dei sottosistemi (componenti). Un'analisi modale sperimentale può infatti essere eseguita sui singoli componenti del sistema in condizioni free-free. quindi questi modelli correlati dei sottosistemi possono essere assemblati con le opportune condizioni al contorno per costruire un modello del sistema affidabile.



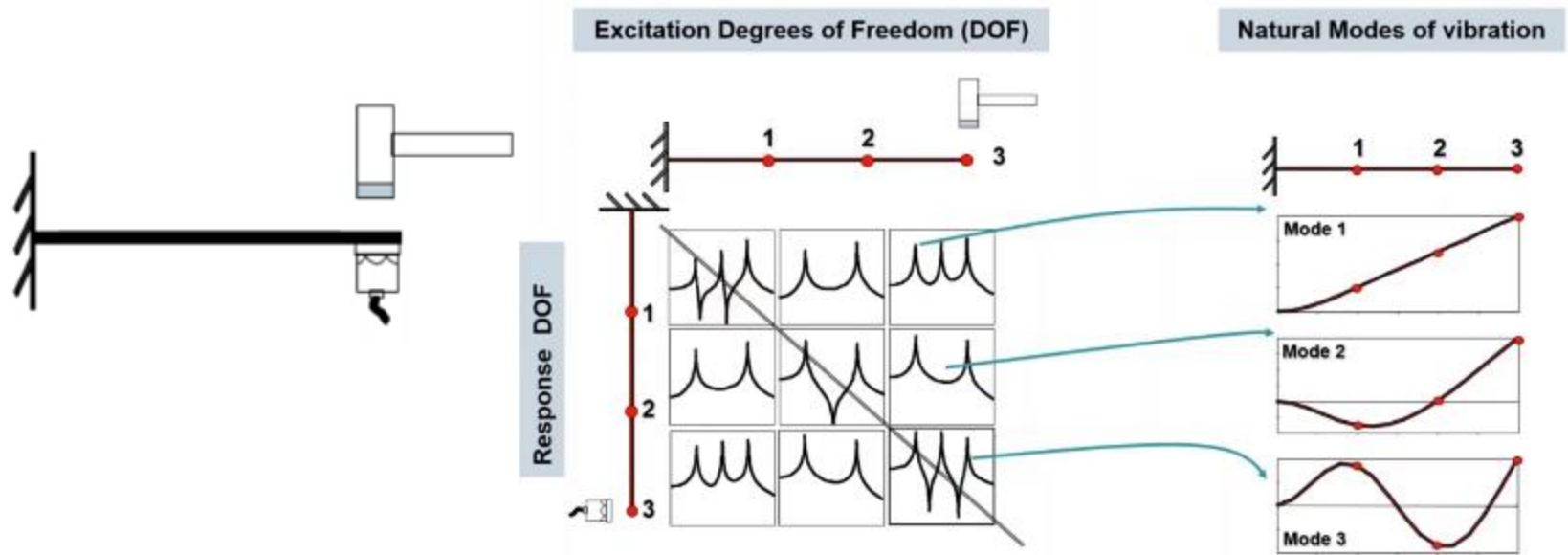
Condizioni di vincolo operative

Molto utilizzato nell'automotive. Permette di valutare la dinamica del veicolo nella sua condizione operativa. È necessario utilizzare forze più elevate. Spesso possono anche essere utilizzati più shaker contemporaneamente (configurazione MIMO)



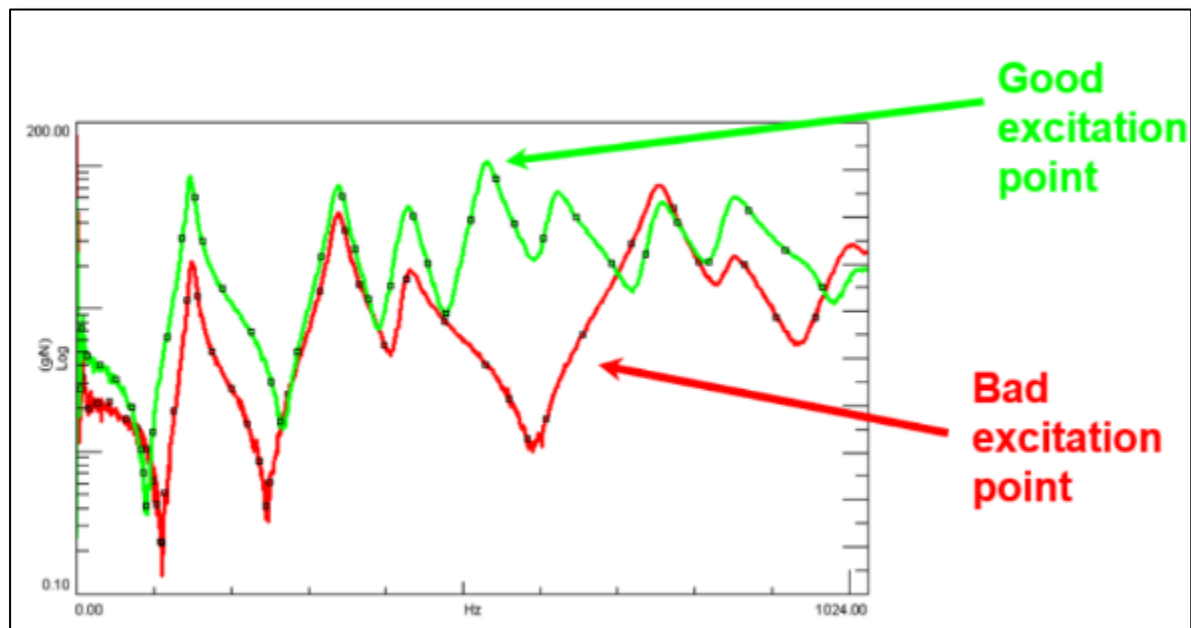
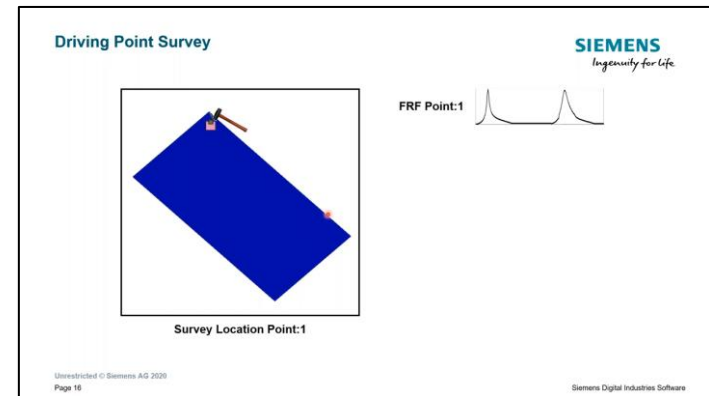
Scelta del driving point (1/2)

Un'altra decisione fondamentale prima di eseguire un test modale è decidere dove verrà applicata la forza di eccitazione (driving point). Idealmente, la posizione selezionata dovrebbe facilmente eccitare tutte le modalità della struttura di test. Questa posizione può essere determinata spostandosi col punto di impatto sulla struttura avendo cura di far sì che un accelerometro sia posizionato nello stesso punto della struttura.



Scelta del driving point (2/2)

Nella scelta del driving point, la posizione che eccita tutti i modi di vibrare della struttura (verde) è la migliore posizione di eccitazione per il test modale. I punti invece che non riescono ad eccitare tutte le frequenze (rosse) devono essere evitati.





Il «curvefitting» (1/3)

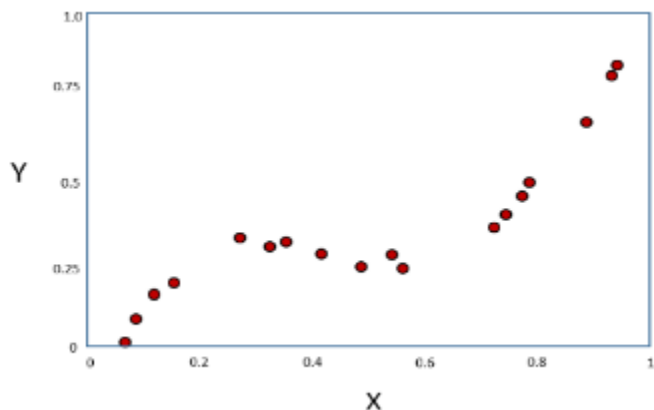
Il curvefitting ossia l'estrazione dei parametri modali dalle FRF misurate è un compito tutt'altro che banale. Ci sono infatti diverse considerazioni da fare:

- Come si può determinare il numero corretto di frequenze naturali nella struttura dalle FRF? Come sapere se si sono stimate troppe modalità o troppo poche?
- Come è possibile stabilire se un picco nei dati FRF è un rumore di misurazione o una risonanza effettiva?
- E se due o più modi fossero così vicini tra loro da sembrare un unico picco? Come possono questi modi adiacenti essere matematicamente separati l'uno dall'altro?

Molti software commerciali mettono a disposizione strumenti per aiutare l'utente a determinare il miglior modello modale matematico (frequenze, smorzamento, ecc.) che descrive il set di dati FRF. Uno di questi strumenti è il diagramma di stabilizzazione.

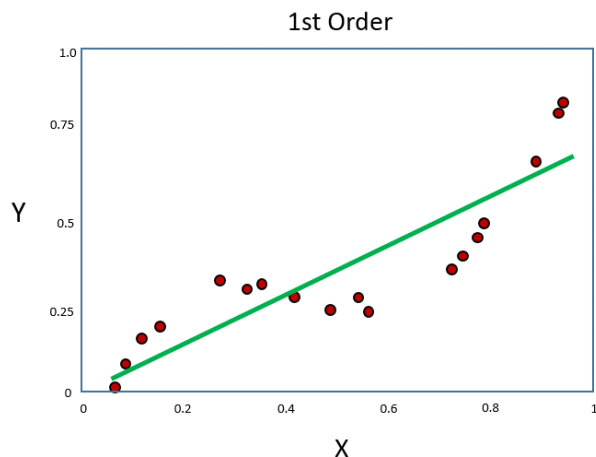
II «curvfitting» (2/3)

Per illustrare il processo generale di «curvfitting» consideriamo un generico insieme di dati X e Y come mostrato nella Figura seguente



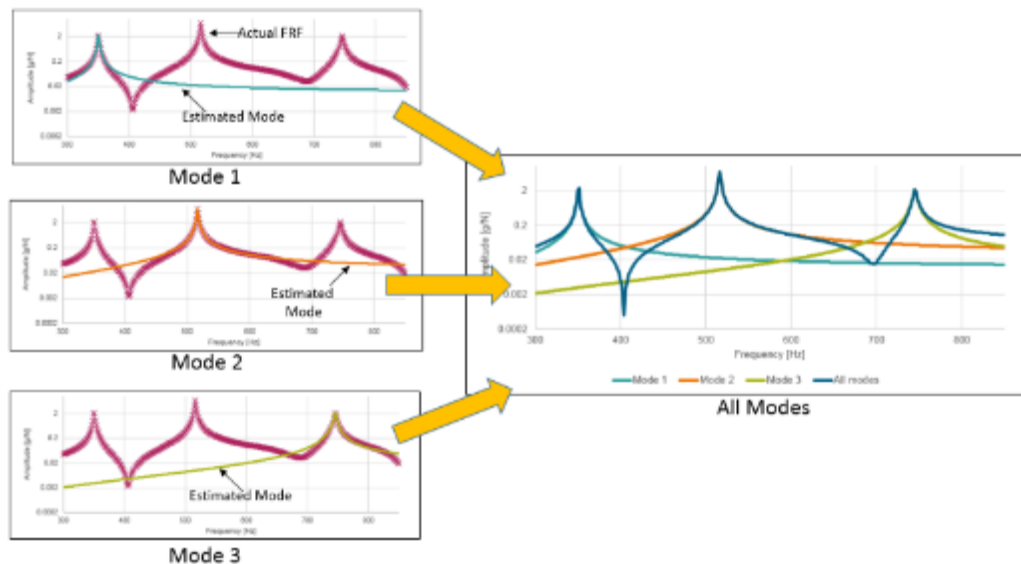
L'obiettivo è calcolare una curva che descriva al meglio i dati X e Y. L'approccio tipicamente usato è:

- Provare polinomi di ordine diverso
- Trovare l'ordine ed i coefficienti del polinomio che riducono al minimo l'errore tra l'equazione matematica e i punti dati.



II «curvefitting» (3/3)

Il processo di stima di un buon insieme di parametri modali dalle FRF misurate presenta somiglianze con l'analogia dei generici dati XY.

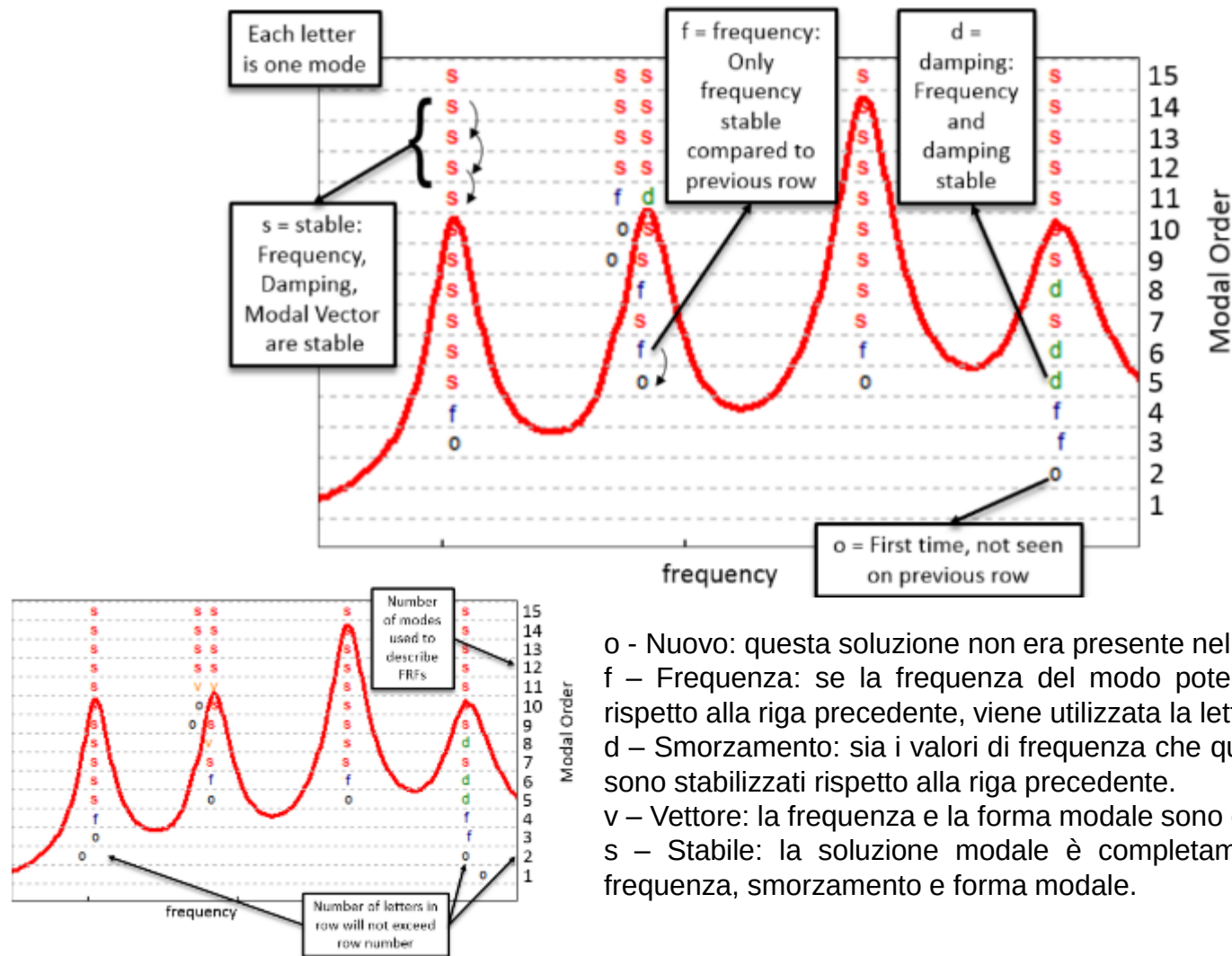


In questo caso invece dell'ordine del polinomio il risultato finale sarà funzione del numero di modi scelto nel range di frequenza di interesse

L'algoritmo di curvefitting modale dovrà:

- trovare il numero (n) corretto di modi (i.e. ordine), su un dato intervallo di frequenza per l'oggetto in prova
- Determinare i parametri modali che si adattano meglio alle FRF misurate.
- Ridurre al minimo l'errore tra le FRF teoriche calcolate a partire dagli n modi e le FRF misurate.
- Ignorare rumori o altre variazioni casuali nei dati.
- Assicurarsi che eventuali modi di vibrare estranei o impropri non siano inclusi nel modello modale finale.

Il diagramma di stabilizzazione

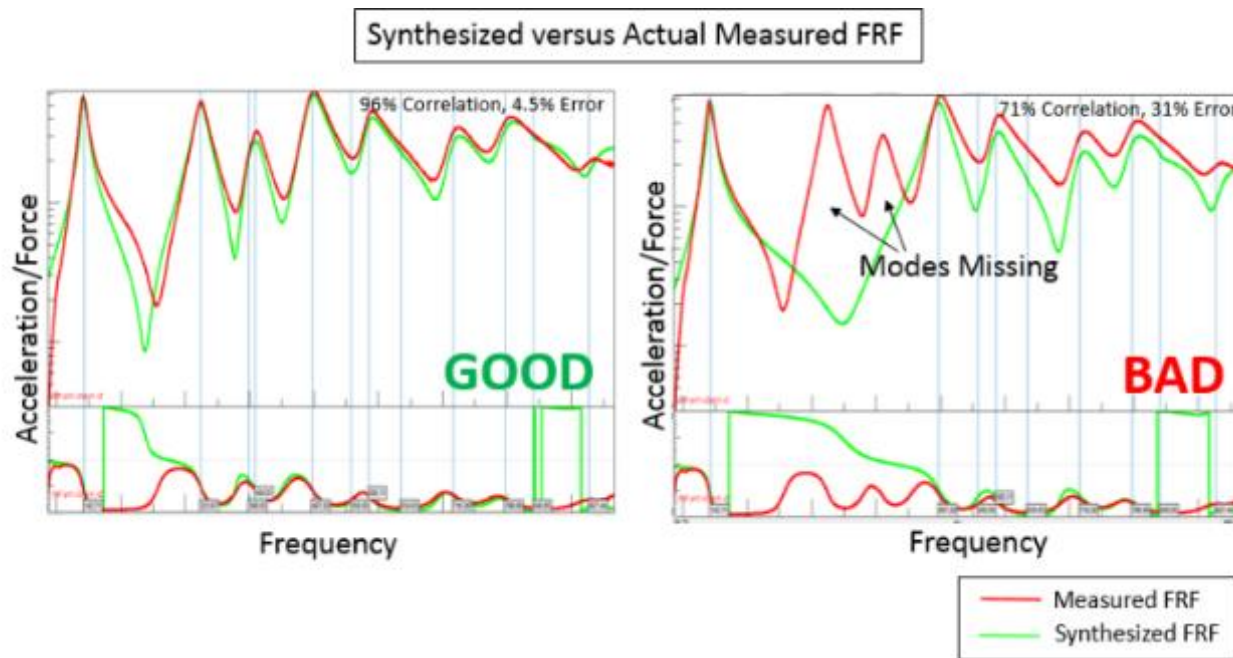


o - Nuovo: questa soluzione non era presente nella riga precedente.
 f – Frequenza: se la frequenza del modo potenziale è stabilizzata rispetto alla riga precedente, viene utilizzata la lettera f.
 d – Smorzamento: sia i valori di frequenza che quelli di smorzamento sono stabilizzati rispetto alla riga precedente.
 v – Vettore: la frequenza e la forma modale sono entrambi stabilizzati.
 s – Stabile: la soluzione modale è completamente stabilizzata in frequenza, smorzamento e forma modale.

È sufficiente scegliere solo una lettera s da qualsiasi colonna poiché la soluzione è ripetibile.

Validazione modale - Modal Synthesis

Utilizzando il set di modi calcolati si possono sintetizzare le FRF e quest'ultime possono quindi essere confrontate con le FRF misurate originariamente.



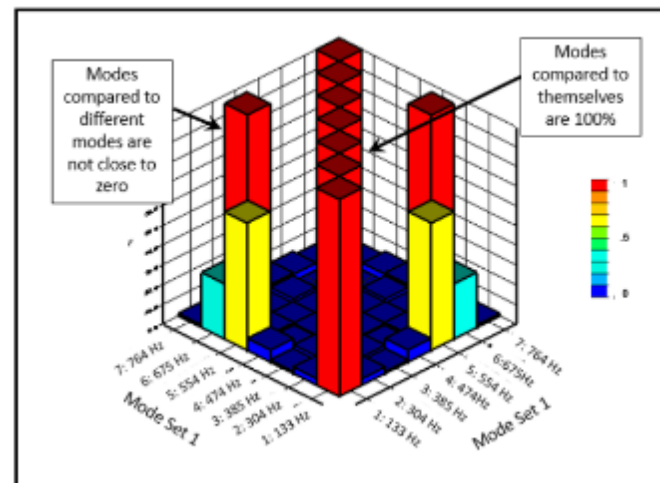
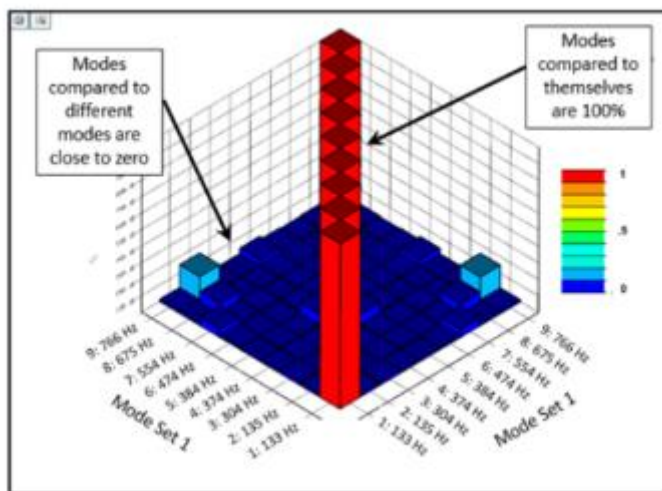
Quando non viene tralasciata nessuna modalità, la percentuale di correlazione è elevata e l'errore è basso (grafico a sinistra).

Nel caso in cui alcuni modi fossero mancanti occorrerà tornare indietro al diagramma di stabilizzazione e aggiungerli.

Validazione modale - Modal Assurance Criterion

È possibile avere una buona modal synthesis ma aver selezionato troppi modi. Il Modal Assurance Criterion (MAC) può aiutare a identificare questa situazione.

Il Modal Assurance Criterion (MAC) confronta due forme modali. Se i modi hanno una forma simile, il valore del MAC sarà vicino al 100%. Due forme diverse avranno un MAC vicino allo 0%.



OMA – Che Cosa È ?

L'analisi modale operativa (OMA) è una tecnica utilizzata per identificare i parametri modali (frequenze naturali, smorzamento e forme modali) di una struttura o oggetto durante il suo normale utilizzo.

L'OMA è dunque un'analisi eseguita in situ in condizioni di carico dinamico reali



EMA



OMA

L'OMA è una tecnica basata esclusivamente sulla misura della risposta, il che significa che durante il test non vengono misurate le forze in ingresso.



OMA – Perché Usarla

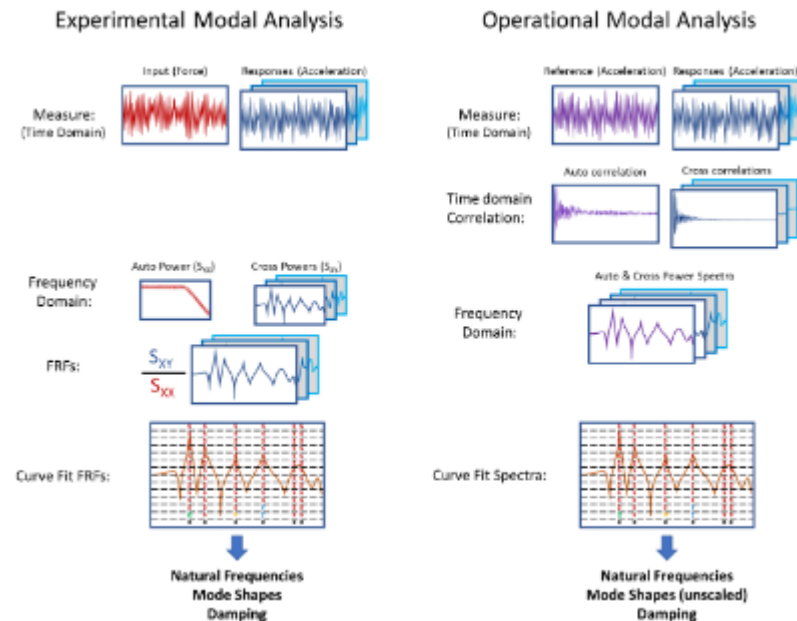
- Le condizioni operative nel mondo reale differiscono significativamente dalle condizioni di laboratorio.
 - ✓ Alcune strutture mostrano un elevato grado di non linearità quando vengono testate in un ambiente di laboratorio rispetto al loro utilizzo nel mondo reale (e.g. Sospensioni delle automobili)
 - ✓ Potrebbero esserci anche influenze ambientali sulla struttura che non possono essere facilmente replicate in laboratorio. Un esempio comune sono le interazioni aeroelastiche (fluttering). Questa interazione aeroelastica non può essere facilmente ricreata in laboratorio. Possiamo infatti testare un modello in scala in galleria del vento, ma gli input aeroelastici non verranno comunque misurati.
- Per ragioni pratiche strutture molto grandi o amovibili (ponti, palazzi, etc.)
 - ✓ strutture come ponti, edifici, turbine eoliche, ecc. sono inamovibili e comunque troppo grandi per essere testate in laboratorio.
 - ✓ è impossibile eccitare adeguatamente tali strutture utilizzando i tradizionali metodi di input
- Monitoraggio continuo dell'integrità strutturale/rilevamento dei danni
 - ✓ Il cambiamento dei parametri modali (come la frequenza naturale) può essere un segnale precoce di una maggiore usura o di un imminente guasto di una macchina o di una struttura

OMA vs EMA Le Differenze

Sia OMA che EMA sono noti come metodi “parametrici”, nel senso che i dati di misurazione vengono utilizzati per costruire un modello matematico delle caratteristiche dinamiche della struttura. Questo modello matematico viene quindi utilizzato per estrarre i parametri modali della struttura in un modo sistematico noto come curve-fitting.

In entrambi i metodi, il modello matematico della struttura viene costruito utilizzando una famiglia di funzioni nel dominio della frequenza calcolate dalle misurazioni.

In EMA queste funzioni sono note come funzioni di risposta in frequenza (FRF), mentre in OMA le funzioni sono auto-spettri e cross-spettri. In entrambi i casi, il risultato finale è una matrice di sistema completa $H(\omega)$.





GRAZIE PER L'ATTENZIONE

Ing. Vincenzo Di Pietro